



CIENCIA Y TECNICA

Agosto 87

Volumen 2 - N° 7

Absorbedor Dinámico

Manipulador Robótico

Estructuras Pretensadas

Becas y Subsidios

Construcción en etapas de estructuras pretensadas

Estudio de la redistribución de esfuerzos

por los Ingenieros Walter Guillermo DEL CURTO y Carlos Guillermo PFEIFFER

(*) Contribución técnica presentada por los autores a las "V JORNADAS ARGENTINAS DEL HORMIGÓN PRETENSADO", celebradas en San Miguel de Tucumán del 11 al 15 de octubre de 1982.

RESUMEN: Las estructuras de hormigón, habitualmente, se construyen en etapas. Estas se estudian con mayor o menor profundidad de acuerdo a los efectos que pueden producirse. Tanto es así que en las estructuras comunes, ni siquiera se considera la influencia de su erección en etapas y se calcula el estado final en servicio. Sólo se tiene en cuenta alguna situación constructiva particular cuando puede introducir esfuerzos o deformaciones indeseables.

Sin embargo, en todos los casos, se produce una importante redistribución de esfuerzos a través del tiempo, debido a los fenómenos de fluencia y retracción. Esta redistribución, hace que sea correcta la hipótesis de calcular la estructura como si fuese construida de una sola vez, pues, es hacia donde tienden los esfuerzos a medida que transcurre el tiempo.

Pero estas situaciones deben ser estudiadas, cuando se trata de estructuras formadas por elementos en los que se introducen sollicitaciones previas a la continuidad, como es el caso del hormigón pretensado construido en etapas, o las estructuras premoldeadas que se completan con hormigón colado en el lugar y que generalmente es de diferente calidad y de muy distinta época de elaboración.

En este trabajo se hace el estudio de la redistribución de tensiones, producidas por causas dependientes del tiempo, como la retracción y la fluencia. Se desarrollan las expresiones matemáticas que permiten estudiar estos fenómenos y su aplicación a través de ejemplos típicos de estructuras pretensadas ejecutadas en etapas. También se alerta sobre un error muy común, consistente en pretender eliminar fisuras o tensiones indeseables mediante deformaciones previas o pretensados de elementos parciales que luego integran una estructura, efectos que pueden perderse a través del tiempo por fluencia, con sus consecuentes resultados perjudiciales.

DESCRIPCION

Las técnicas constructivas han ido evolucionando tratando de simplificar los trabajos en obra, siendo la más común la de etapas sucesivas.

En éstas, o se fracciona la estructura en partes, como es el caso de acoplamiento de elementos prefabricados o se hormigona por sectores continuos o discontinuos.

Ejemplos de estas técnicas los tenemos a diario, pues la mayoría de las obras se construyen por etapas, pero en el caso de tableros de puentes su aplicación se ha generalizado. A fin de citar algunos casos, la prefabricación de vigas pretensadas que luego se le hormigona la losa de tablero es uno de ellos, el fraccionamiento de una viga continua que se hormigona y pretensa tramo a tramo es otro, o en obras de mayor envergadura, de puentes construídos en voladizos por avances sucesivos de dovelas, puede ser otro.

Se produce en estos casos un estado de coacción, pues se está impidiendo deformaciones al sistema, que presenta un estado tensional previo, originándose a través del tiempo una modificación de dicho estado tensional. Esto mismo ocurre en el caso de descensos de apoyo en una estructura hiperestática. Este fenómeno se manifiesta en materiales con fluencia, tal el caso del hormigón, pero no ocurre o su efecto es despreciable en materiales sino o con reducida fluencia como es el caso del acero.

A fin de clarificar los conceptos de redistribución se puede decir, que si a un cuerpo que presenta fluencia se lo somete a una sollicitación, se origina un estado tensional que permanece constante a través del tiempo. Las deformaciones en cambio varían con el tiempo, resultando éstas proporcionales a las deformaciones iniciales.

Si en cambio, a este cuerpo se le impone una deformación (descenso de un apoyo) o se le impide su libre deformación a través del tiempo (vínculo interno o externo adicional), la deformación impuesta permanece constante, variando las tensiones debidas a esta deformación con el tiempo, resultando éstas proporcionales a las iniciales.

Si bien el tratamiento matemático en este caso es similar al anterior este fenómeno sería correcto llamarlo relajación en lugar de fluencia. El problema es muy complejo y requiere un análisis matemático cuidadoso. Heinrich Trost (1) ha simplificado significativamente el tratamiento analítico de la fluencia. Sus expresiones algebraicas, utilizadas en este trabajo para hallar fórmulas matemáticas que generalizan las deducidas en (2), son de aplicación relativamente sencilla.

Las expresiones a las cuales se arribó, fueron contrastadas con las aplicadas por Rüschi y Jungwirth (3) que utilizan el método de las fibras conjugadas de Busemann, obteniéndose valores bastante concordantes.

SISTEMAS ESTUDIADOS**1. SECCIONES CON UNA PLACA HORMIGONADA EN SEGUNDA ETAPA**

Las secciones compuestas por nervios y una losa hormigonada en 2a. etapa, es una forma constructiva muy empleada en puentes. Para ello, o se utilizan vigas premoldeadas u hormigonadas en el lugar cuando se desea reducir el peso de la 1a. etapa, simplificando encofrados y cimbras. En el primer caso, las vigas se prefabrican a pie de obra o en establecimientos fabriles, consistiendo su utilización en operaciones de transporte y montaje. Para ello, se trata de utilizar elementos relativamente livianos, de fácil colocación, completándose posteriormente la estructura con una losa hormigonada "in situ".

En el 2o. caso, las vigas se hormigonan con ayuda de una cimbra proyectada a tal fin, la que es retirada una vez realizado el tesado de las mismas. Luego, se procede al hormigonado de la losa, cuyo peso es tomado exclusivamente por las vigas.

Se desea estudiar el comportamiento de ambos elementos estructurales, la viga y la losa, que fueron construídos en distinta época y generalmente también con materiales de diferente calidad, resultante de un control más riguroso, ejecución más cuidadosa y mayores exigencias en la 1a. etapa; en hormigón pretensado.

La viga soporta el peso de la losa durante su hormigonado. Por fluencia, aquella tiende a seguir deformando en el tiempo, pero el acortamiento de las fibras extremas se ve dificultado por la presencia del hormigón de la placa. Este impedimento genera fuerzas de coacción en la unión de ambos elementos. De esta manera, parte de las cargas permanentes y del pretensado que originalmente solicitaban a la viga, producen un estado tensional en la losa, descargando aquélla.

A esto deberá agregarse también el efecto del acortamiento diferencial entre ambos elementos, por la contracción de fragüe. Como este efecto es independiente de las cargas, sólo dependerá de los materiales, la geometría del conjunto y las condiciones ambientales.

Para estudiar la redistribución de tensiones se utilizarán las formulaciones de Trost (1), ampliándose las expresiones desarrolladas en (2), haciéndolas extensivas a materiales de diferente módulo de elasticidad y distintos coeficientes de fluencia. Por simplicidad, sólo se tendrá en cuenta el fenómeno de fluencia, tratándose la contracción de fragüe más adelante, por separado.

De acuerdo a (1), en un instante t genérico, se pueden expresar los alargamientos específicos y la curvatura, en la forma:

$$\epsilon_b(t) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b} (1 + \varphi) + \frac{\sigma_b(t) - \sigma_b(t_0)}{E_b} (1 + \rho\varphi)$$

$$\theta_b(t) = \frac{\epsilon_1(t) - \epsilon_2(t)}{\Delta h} = \frac{M_b(t_0)}{E_b I_b} (1 + \varphi) + \frac{M_b(t) - M_b(t_0)}{E_b I_b} (1 + \rho\varphi)$$

donde el subíndice t_0 indica el instante inicial.

ρ es el coeficiente de relajación o también coeficiente de envejecimiento estudiado por Trost, Zerna y Bazant. Es siempre menor que 1 y se encuentra graficado en (1). En general, puede tomarse $\rho \cong 0,8$ cuando el momento de observación es superior a los 200 días. Para tiempos menores $0,5 < \rho < 0,8$.

Trost aconseja $\rho \cong 0,8$ para solicitaciones por coacciones y $\rho \cong 0,7$ para determinar la redistribución de tensiones por cargas permanentes y pretensado.

En general, según (3) no es necesario una mayor exactitud en el valor de ρ , pues esta cantidad siempre multiplica al coeficiente de fluencia φ , el que tampoco puede ser determinado con suficiente precisión. En el instante inicial, a tiempo t_0 , cuando se hormigona la losa, se tendrán las características indicadas en la figura 1. N_0 y M_0 actuando solamente en el baricentro de la viga. Estas resultan por el pretensado y las cargas permanentes tanto de la viga como la losa. En la fibra común se tendrá:

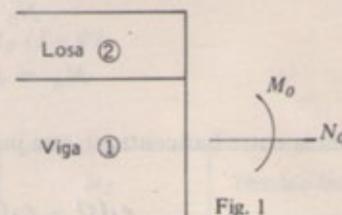


Fig. 1

$$\epsilon_1(t_0) = \frac{\sigma_1(t_0)}{E_1} \quad \text{donde:} \quad \sigma_1(t_0) = \frac{N_0}{A_1} - \frac{M_0}{W_1} \quad ; \quad \epsilon_2(t_0) = 0$$

y:

$$\theta_1(t_0) = \frac{M_0}{E_1 I_1} \quad ; \quad \theta_2(t_0) = 0$$

En el instante de observación t , se tendrán las características actuando en el baricentro de cada componente, producto de la redistribución de tensiones, resultando en la fibra

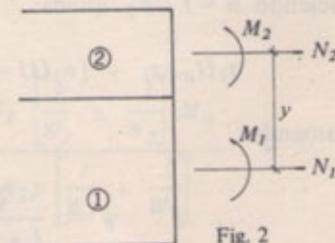


Fig. 2

considerada:

$$\epsilon_1(t) = \frac{\sigma_1(t_0)}{E_1} (1 + \varphi_1) + \frac{\sigma_1(t) - \sigma_1(t_0)}{E_1} (1 + \rho_1 \varphi_1)$$

donde:

$$\sigma_1(t) = \frac{N_1}{A_1} - \frac{M_1}{W_1} \quad \text{y} \quad \epsilon_2(t) = \frac{\sigma_2(t)}{E_2} (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

donde:

$$\sigma_2(t) = \frac{N_2}{A_2} + \frac{M_2}{W_2}$$

Además:

$$\theta_1(t) = \frac{M_0}{E_1 I_1} (1 + \varphi_1) + \frac{M_1 - M_0}{E_1 I_1} (1 + \rho_1 \varphi_1)$$

$$\theta_2(t) = \frac{M_2}{E_2 I_2} (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

Las condiciones de equilibrio estático son:

$$N_0 = N_1 + N_2 \quad (1)$$

$$M_0 = M_1 + M_2 - N_2 y \quad (2)$$

(y es la distancia entre baricentros), que junto con las condiciones de compatibilidad:

$$\epsilon_1(t) - \epsilon_1(t_0) = \epsilon_2(t) - \epsilon_2(t_0) \quad (3)$$

$$\theta_1(t) - \theta_1(t_0) = \theta_2(t) - \theta_2(t_0) \quad (4)$$

conforman un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas N_1 , N_2 , M_1 y M_2 .

Desarrollando (3) se tiene:

$$\frac{\sigma_1(t_0)}{E_1} (1 + \varphi_1) + \frac{\sigma_1(t) - \sigma_1(t_0)}{E_1} (1 + \rho_1 \varphi_1) - \frac{\sigma_1(t_0)}{E_1} = \frac{\sigma_2(t)}{E_2} (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

Haciendo $n = E_1/E_2$ queda:

$$\sigma_1(t_0) \varphi_1 + [\sigma_1(t) - \sigma_1(t_0)] (1 + \rho_1 \varphi_1) = \sigma_2(t) n (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

Llamando:

$$\psi = \frac{\varphi_1}{1 + \rho_1 \varphi_1} \quad \text{y} \quad K = \frac{1 + \rho_2 \varphi_2}{1 + \rho_1 \varphi_1}$$

CONSTRUCCION EN ETAPAS DE ESTRUCTURAS PRETENSADAS

tenemos:

$$\sigma_1(t_0) \psi + \sigma_1(t) - \sigma_1(t_0) = \sigma_2(t) nK$$

$$\sigma_1(t) - \sigma_2(t) nK = \sigma_1(t_0) (1 - \psi)$$

y reemplazando:

$$\frac{N_1}{A_1} - \frac{M_1}{W_1} - \left[\frac{N_2}{A_2} + \frac{M_2}{W_2} \right] nK = \left[\frac{N_0}{A_1} - \frac{M_0}{W_1} \right] (1 - \psi)$$

Desarrollando (4 se tiene:

$$\frac{M_0}{E_1 I_1} (1 + \varphi_1) + \frac{M_1 - M_0}{E_1 I_1} (1 + \rho_1 \varphi_1) - \frac{M_0}{E_1 I_1} = \frac{M_2}{E_2 I_2} (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

$$\frac{M_0}{E_1 I_1} \varphi_1 + \frac{M_1 - M_0}{E_1 I_1} (1 + \rho_1 \varphi_1) = \frac{M_2}{E_2 I_2} (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

Haciendo $i = I_1/I_2$ y $a = A_1/A_2$ queda:

$$M_0 \varphi_1 + (M_1 - M_0) (1 + \rho_1 \varphi_1) = M_2 n i (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

y resulta:

$$M_1 - n i K M_2 = M_0 (1 - \psi)$$

SISTEMA DE ECUACIONES

N_1	N_2	M_1	M_2	Término Independiente
N_1	$+ N_2$			$= N_0$
	$-y N_2$	$+ M_1$	$+ M_2$	$= M_0$
$(1/A_1) N_1$	$(-nK/A_2) N_2$	$(-1/W_1).M_1$	$(-nK/W_2).M_2$	$= \left[\frac{N_0}{A_1} - \frac{M_0}{W_1} \right] (1 - \psi)$
		M_1	$-n i K M_2$	$= M_0 (1 - \psi)$

que resuelto lleva a las siguientes expresiones:

$$N_1 = N_0 - \frac{(1 + n i K) N_0 - n K A_1 \left[\frac{i}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right] M_0}{(1 + n a K) (1 + n i K) + n K A_1 y \left[\frac{i}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right]} \psi \quad (5)$$

$$N_2 = \frac{(1 + niK)N_0 - nKA_1 \left[\frac{i}{W_1} + \frac{I}{W_2} \right] M_0}{(1 + naK)(1 + niK) + nKA_1 y \left[\frac{i}{W_1} + \frac{I}{W_2} \right]} \psi \quad (6)$$

$$M_1 = M_0 + \frac{niKN_0 y - \left[(1 + naK) + nKA_1 y \left[\frac{i}{W_1} + \frac{I}{W_2} \right] \right] M_0}{(1 + naK)(1 + niK) + nKA_1 y \left[\frac{i}{W_1} + \frac{I}{W_2} \right]} \psi \quad (7)$$

$$M_2 = \frac{N_0 y + (1 + naK) M_0}{(1 + naK)(1 + niK) + nKA_1 y \left[\frac{i}{W_1} + \frac{I}{W_2} \right]} \psi \quad (8)$$

que permiten hallar directamente el estado tensional en cada elemento de la sección compuesta.

Haciendo $n = 1$ y $K = 1$ se obtienen las formulaciones halladas en (2).

Las aquí deducidas son más reales, pues en raras ocasiones ambos hormigones serán de la misma calidad y resistencia, así como tampoco de la misma edad, espesor promedio, etc. En consecuencia, los módulos de elasticidad y los coeficientes de fluencia serán diferentes.

Haciendo:

$$A = 1 + naK = 1 + \frac{E_1}{E_2} \frac{A_1}{A_2} \frac{1 + \rho_2 \varphi_2}{1 + \rho_1 \varphi_1}$$

$$B = 1 + niK = 1 + \frac{E_1}{E_2} \frac{I_1}{I_2} \frac{1 + \rho_2 \varphi_2}{1 + \rho_1 \varphi_1}$$

$$C = nKA_1 y \left[\frac{i}{W_1} + \frac{I}{W_2} \right] = \frac{E_1}{E_2} A_1 \frac{1 + \rho_2 \varphi_2}{1 + \rho_1 \varphi_1} y \left[\frac{I_1}{I_2 W_1} + \frac{I}{W_2} \right]$$

resultan las siguientes expresiones simplificadas:

$$N_1 = N_0 - \frac{BN_0 - C(M_0/y)}{AB + C} \psi \quad (9)$$

$$N_2 = \frac{BN_0 - C(M_0/y)}{AB + C} \psi \quad (10)$$

$$M_1 = M_0 + \frac{(B-1)N_0 y - (A+C)M_0}{AB + C} \psi \quad (11)$$

$$M_2 = \frac{N_0 y + AM_0}{AB + C} \psi \quad (12)$$

Contracción de Fragüe

El tratamiento de la contracción de fragüe es un problema más sencillo que en el caso de la fluencia; pues, en primer lugar, las deformaciones pueden suponerse iguales en todas las fibras de un elemento, y en segundo lugar, se trata de un fenómeno independiente de las cargas.

Su estudio puede realizarse en varias formas:

a) Estudiando las elongaciones de las fibras en la interfase, es decir, en forma semejante a lo visto anteriormente, pero sin tener en cuenta el efecto de la curvatura, ni alargamientos específicos en la 1.ª etapa.

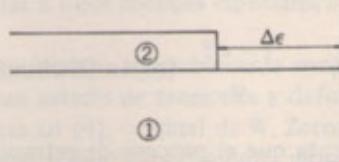
b) Mediante la anulación de fuerzas exteriores, que restituyen el equilibrio entre los componentes de una sección mixta. Este método que se utiliza en (5) y (6) será desarrollado brevemente en este trabajo.

En general, la losa contraerá en mayor grado que la viga, teniendo en cuenta su menor edad, un material de menor calidad y también una mayor superficie expuesta a las condiciones ambientales.

En consecuencia, se parte de la premisa que se tienen dos elementos estructurales separados, la losa y la viga, que contraen en distinta medida, quedando un valor diferencial $\Delta\epsilon$ entre ambos.

Para reestablecer la continuidad estructural, deberá aplicarse a la placa una fuerza P , en su fibra baricéntrica:

Fig. 3



$$P = \Delta\epsilon E_2 A_2 \tag{13}$$

El equilibrio estático se restituye aplicando la misma fuerza P con sentido contrario, en el baricentro de la sección compuesta homogeneizada y además un par $M = Py_2$, para anular el momento que aparece por la acción de las fuerzas P .

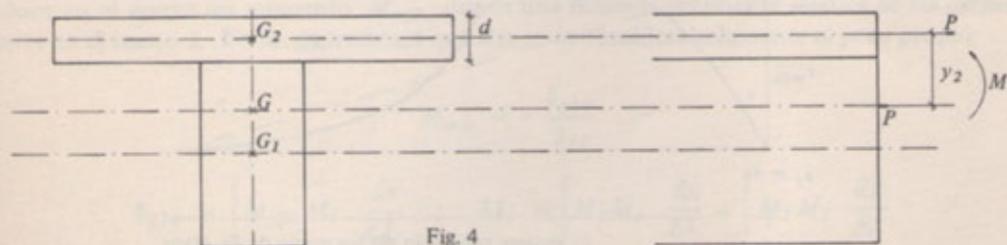


Fig. 4

El estado tensional se obtiene teniendo en cuenta la acción conjunta de estos esfuerzos. En la fibra superior de la losa tenemos:

$$\sigma_{2s} = \left[\frac{P}{A_2} - \frac{P}{A_c} - \frac{M}{I_c} \left[y_2 + \frac{d}{2} \right] \right] \eta$$

en la fibra inferior de la losa:

$$\sigma_{2i} = \left[\frac{P}{A_2} - \frac{P}{A_c} - \frac{M}{I_c} \left[y_2 - \frac{d}{2} \right] \right] \eta$$

en la fibra superior de la viga:

$$\sigma_{1s} = \left[- \frac{P}{A_c} - \frac{M}{I_c} \left[y_2 - \frac{d}{2} \right] \right] n\eta$$

en la fibra inferior de la viga:

$$\sigma_{II} = \left[-\frac{P}{A_c} + \frac{M}{I_c} y_i \right] \eta \eta$$

donde y_i es la distancia del baricentro de la sección compuesta al borde inferior.

En la interfase se obtiene el esfuerzo rasante:

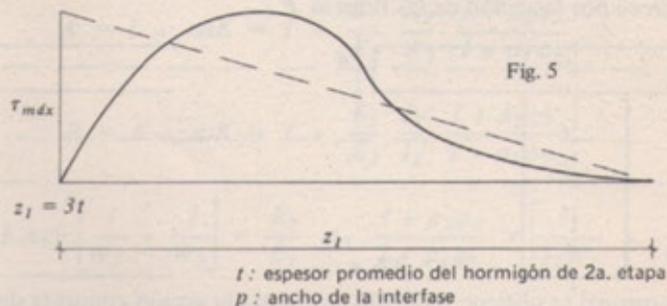
$$F = \left[P - \frac{P}{A_c} A_2 - \frac{M}{I_c} A_2 y_2 \right] \eta = \left[P \frac{A_1}{A_c} - M \frac{S_c}{I_c} \right] \eta \quad (14)$$

donde I_c y A_c son los momentos de inercia y área de la sección compuesta homogeneizada; S_c es el momento estático del área de la sección compuesta homogeneizada a un lado de la interfase respecto a su baricentro. Mediante:

$$\eta = \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi} \quad (\text{según Dischinger}) \quad \text{ó} \quad \eta = \frac{1}{1 + \rho\varphi} \quad (\text{según Trost})$$

se tiene en cuenta que el proceso de retracción es de larga duración y que la fluencia trata de reducir sus efectos. En esta expresión, φ es el coeficiente de fluencia de la losa y ρ 1 de relajación. Para estimar la distribución de las tensiones tangenciales en el extremo de la viga puede recurrirse a la recomendación en (6) (FIP):

$$\tau_{m \text{ dx}} = \frac{2}{3} \frac{F}{tp} \quad (15)$$



2. UNION DE UNA VIGA DE DOS TRAMOS EJECUTADAS EN DOS FASES CONSECUTIVAS

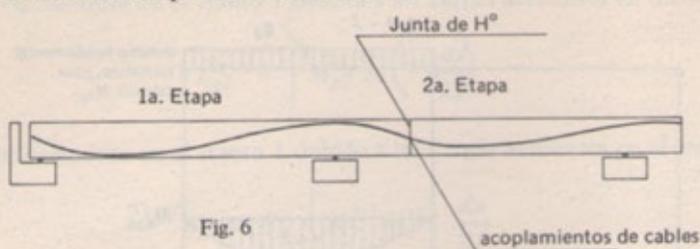
Las vigas continuas hiperestáticas pretensadas, son una solución estructural bastante corriente en puentes, que permite la eliminación de juntas de calzada, elemento éste bastante molesto para el tránsito vehicular.

Estas estructuras pueden hormigonarse en una etapa, pero requieren para el caso de múltiples tramos, el tener que disponer de encofrados y apuntalamientos de toda la viga, lo que implica grandes costos y riesgos, para el caso de puentes en cursos de agua.

A fin de aliviar estos problemas y tratando de encontrar una solución más económica, puede construirse el puente por etapas. Para ello se puede contar con una cimbra móvil, por ejemplo, avanzando tramo a tramo.

CONSTRUCCION EN ETAPAS DE ESTRUCTURAS PRETENSADAS

El esquema nos muestra el proceso constructivo.



En la primera etapa, se hormigona hasta una junta de construcción (luego se verá dónde ubicarla), y se tesa el primer tramo. Luego se corre la cimbra y se procede de la misma manera, en el resto de los tramos.

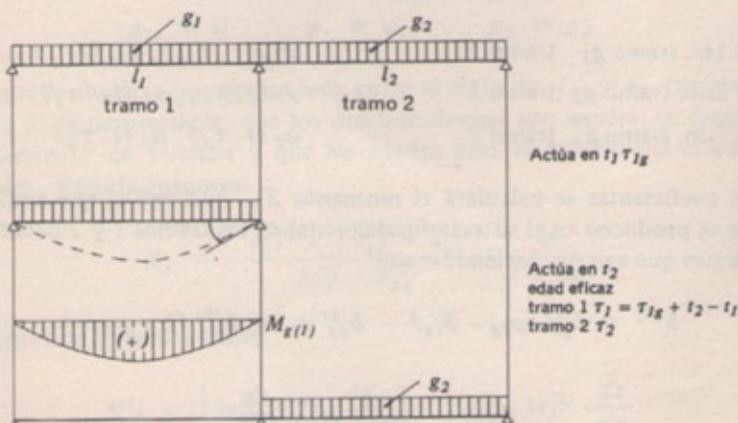
Los cables pueden mantenerse continuos, gracias a unos anclajes especiales llamados "acopladores" (ver figura 14), que permiten prolongarlos.

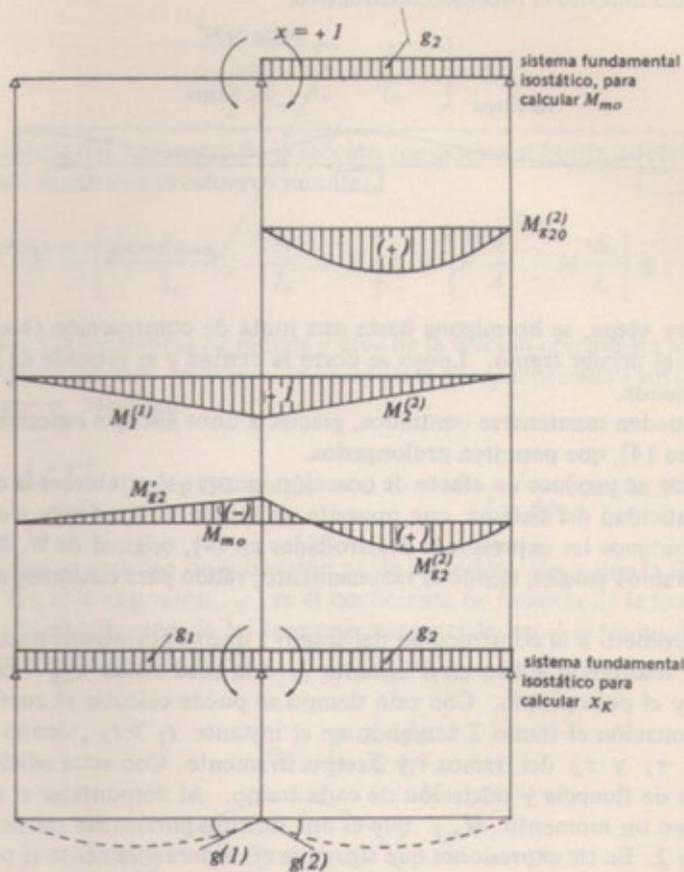
En estos casos, se produce un efecto de coacción, porque al establecer la continuidad, cambiamos la hiperestaticidad del sistema, que presenta un estado de tensiones y deformaciones adquiridas. Transcribiremos las expresiones desarrolladas en (4), original de W. Zerna, para el caso particular de dos tramos iguales, siendo el razonamiento, válido para cualquier número de tramos y relación de luces.

Se procede primero a la construcción del tramo 1 que se hormigona hasta el primer apoyo en el instante t_0 , resultando activo en el instante t_1 a la edad eficaz τ_{1g} . En este instante actúa el pretensado y el peso propio. Con este tiempo se puede calcular el coeficiente φ_{1g} . Se hormigona a continuación el tramo 2 actuando en el instante $t_2 > t_1$, siendo en este momento las edades eficaces τ_1 y τ_2 del tramos 1 y 2 respectivamente. Con estas edades se puede calcular los coeficientes de fluencia y relajación de cada tramo. Al despuntalar el segundo tramo se produce en el apoyo un momento M_{m0} que es una función puramente elástica de las cargas actuantes en el tramo 2. En las expresiones que siguen se considera solamente el peso propio:

$$M_{m0} = - \frac{\delta_{g20}}{\delta_{11}} \quad (16)$$

$$\delta_{g20} = \int M_{g20} M_1 \frac{dx}{EJ} \quad ; \quad \delta_{11} = \int M_1 M_1 \frac{dx}{EJ} + \int M_1 M_1 \frac{dx}{EJ}$$





El subíndice indica el caso de carga y el sobreíndice el tramo cargado. A partir del instante t_2 debido a la coacción se producen acciones hiperestáticas internas dado que las deformaciones por fluencia se ven impedidas. Si a causa de la fluencia las vigas quieren seguir deformándose, se originará en el apoyo un momento X_k que se deduce del sistema fundamental. Se consideran los siguientes coeficientes de fluencia y relajación:

cargas del 1er. tramo g_1	tramo 1	$\varphi_{1g}(t, \tau_{1g}), \tilde{\varphi}_{1g}(t_2, \tau_{1g})$
cargas del 2do. tramo g_2	tramo 1	$\varphi_1(t, \tau_1), \rho_1(t_1, \tau_1)$
cargas del 2do. tramo g_2	tramo 2	$\varphi_2(t, \tau_2), \rho_2(t, \tau_2)$

Con estos coeficientes se calculará el momento X_k que será el que anule las rotaciones $\delta^{(1)}$ y $\delta^{(2)}$ que se producen en el sistema fundamental en los tramos 1 y 2 debidas a fluencia.

Las rotaciones que van produciéndose son:

$$\delta^{(1)} = \delta_{g1}^{(1)} (\varphi_{1g} - \tilde{\varphi}_{1g}) + \delta_{g2}^{(1)} \varphi_1 + \delta_k^{(1)} (1 + \rho_1 \varphi_1)$$

$$\delta_{g1}^{(1)} = \int M_{g1}^{(1)} M_1^{(1)} \frac{dx}{EJ}$$

rotación que va produciéndose en el tramo 1 debida a las cargas actuantes en dicho tramo.

$$\delta_{g2}^{(1)} = \int M_{g2}^{(1)} M_1^{(1)} \frac{dx}{EJ}$$

rotación que va produciéndose en el tramo 1 debida a las cargas actuantes en el tramo 2.

$$\delta_k = X_k \int M_1^{(1)} M_1^{(1)} \frac{dx}{EJ}$$

rotación que va produciéndose en el tramo 1 debida a la incógnita hiperestática.

$$\delta^{(2)} = \delta_{g2}^{(2)} \varphi_2 + \delta_k^{(2)} (1 + \rho_2 \varphi_2)$$

$$\delta_{g2}^{(2)} = \int M_{g2}^{(2)} M_1^{(2)} \frac{dx}{EJ}$$

rotación que va produciéndose en el tramo 2 debida a las cargas actuantes en dicho tramo.

$$\delta_k^{(2)} = X_k \int M_1^{(2)} M_1^{(2)} \frac{dx}{EJ}$$

rotación que va produciéndose en el tramo 2 debido a la incógnita hiperestática.

Las cargas actuantes sobre el tramo 1 no producen ningún efecto sobre el tramo 2 porque actuaron antes de darle continuidad a la viga. Por razones de compatibilidad:

$$\delta^{(1)} + \delta^{(2)} = 0$$

resultando la variación de momento en el apoyo:

$$X_k = - \frac{\delta_{g1}^{(1)} (\varphi_{1g} - \tilde{\varphi}_{1g}) + \delta_{g2}^{(1)} \varphi_1 + \delta_{g2}^{(2)} \varphi_2}{\delta_{11}^{(1)} (1 + \rho_1 \varphi_1) + \delta_{11}^{(2)} (1 + \rho_2 \varphi_2)} \quad (17)$$

A fin de simplificar esta expresión se puede considerar:

$$\varphi_{1g} \cong 0 \quad ; \quad \varphi_1 \cong \varphi_2 \quad ; \quad \rho_1 \cong \rho_2$$

Es decir, que la fluencia que se produce entre el instante t_1 y t_2 (desapuntamiento del tramo 1 y tramo 2) es despreciable, que los dos hormigones son iguales, es decir, que tienen el mismo comportamiento de fluencia y que las edades para el estudio del comportamiento de fluencia son iguales. Resulta entonces:

$$X_k = - \frac{\delta_{g1}^{(1)} + (\delta_{g2}^{(1)} + \delta_{g2}^{(2)})}{\delta_{11}^{(1)} + \delta_{11}^{(2)}} \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi}$$

En esta expresión podemos hacer:

$$\delta_{g2}^{(1)} = \int M_{g2}^{(1)} M_1^{(1)} \frac{dx}{EJ} = \int M_{m0} M_1^{(1)} \frac{dx}{EJ}$$

y:

$$\delta_{g2}^{(2)} = \int M_{g2}^{(2)} M_1^{(2)} \frac{dx}{EJ} = \int M_{m0} M_1^{(2)} \frac{dx}{EJ} - \int M_{g20} M_2^{(2)} \frac{dx}{EJ}$$

Sumando y considerando los signos:

$$-M_{m0} \int M_1^{(1)} M_1^{(1)} \frac{dx}{EJ} - M_{m0} \int M_1^{(2)} M_1^{(2)} \frac{dx}{EJ} - \int M_{g20} M_2 \frac{dx}{EJ}$$

$$-M_{m0} (\delta_{11}^{(1)} + \delta_{11}^{(2)}) - \delta_{g20} = 0$$

por (16)

$$-M_{m0} (\delta_{11}^{(1)} + \delta_{11}^{(2)}) + M_{m0} (\delta_{11}^{(1)} + \delta_{11}^{(2)}) = 0$$

y por lo tanto queda:

$$X_k = X_0^{(1)} \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \quad (19)$$

siendo X_0' el momento que origina el primer tramo cargado en la viga continua. Por lo tanto tendremos a $t = \infty$:

$$M_{m\infty} = M_{m0} + X_0' \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \quad (20)$$

Como $X_0' = X_0 - M_{m0}$ y siendo X_0 el momento que produce el peso en el hiperestático construido en una etapa:

$$M_{m\infty} = M_{m0} + (X_0 - M_{m0}) \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \quad (21)$$

De esta expresión, es fácil deducir que existe una sección de corte, que no produce redistribución de esfuerzos y es aquella en la cual el segundo término del segundo miembro se anula.

Esta sección cambia para distintas relaciones de luces y cargas, pero para el caso particular de 2 tramos iguales y cargas uniformemente distribuidas se encuentra ubicada a $x = 0,426 L$ del apoyo central.

3. CASOS PARTICULARES

Se analizarán a continuación algunos casos particulares, que se presentan frecuentemente en la práctica y cuyo tratamiento puede encararse en forma semejante a lo estudiado anteriormente.

1. Variación de las características en el tiempo ante deformaciones impuestas

Estas, además, pueden ser de corta o larga duración. Esta situación suele presentarse cuando se pretende eliminar fisuras o tensiones, mediante una deformación que genere características opuestas, de aspecto favorable. Para analizar el comportamiento en el tiempo ante medidas de este tipo, se analizarán las consecuencias de un descenso de apoyo en una viga continua, pues ello permite la comparación entre ambos límites de duración.

a) Descenso de corta duración (instantáneo)

La deformación elástica inicial genera un momento M_0 , el que luego va disminuyendo en

el tiempo. La deformación es invariable, por lo tanto $\epsilon_0 = \epsilon_m$. Entonces:

$$M_0 = M_0(1 + \varphi) + (M_m - M_0)(1 + \rho\varphi)$$

$$\therefore M_m = M_0 \left[1 - \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \right] \quad (22)$$

Si se toman los valores de (4) $\varphi = 2,5$; $\rho = 0,8$ se observa que del momento inicial M_0 sólo queda 1/6 en el instante final.

b) Descenso de larga duración

El descenso del apoyo se produce lentamente en el tiempo. El momento se va incrementando paulatinamente a partir de cero. Si se supone que la deformación total es la misma del caso anterior, M_0 es el momento que se produciría si esa deformación fuera elástica:

$$M_0 = M_i(1 + \varphi) + (M_m - M_i)(1 + \rho\varphi)$$

$$M_i = 0 \quad (\text{momento inicial nulo})$$

$$M_0 = M_m(1 + \rho\varphi)$$

$$\therefore M_m = M_0 \frac{1}{1 + \rho\varphi} \quad (23)$$

Con los valores anteriores se observa que el momento final alcanza a un valor máximo de 1/3 del momento elástico.

Esta forma de variación se aplica también a la redistribución de tensiones generadas por retracción, como fenómeno de larga duración. Ello ya fue indicado al tratar ese tema.

II. Disminución del esfuerzo de pretensado por modificación del sistema estático

Un caso muy común en la práctica, consiste en pretensar una parte de un sistema completo y luego vincularlo posteriormente. Por ejemplo, en vigas dinteles de pórticos formados por tabiques muy rígidos.

Para evitar la pérdida excesiva de pretensado, se desvincula en primer lugar a las vigas, las que son tesadas por separado y luego integradas al sistema. Ello requiere un estudio muy exacto, pues por fluencia el esfuerzo de precompresión irá pasando a los tabiques, originando en las vigas una tracción que contrarresta el pre-esfuerzo original. En última instancia, se llegará a valores porcentuales relativamente altos respecto a los que se obtendrían si la estructura fuera ejecutada de manera convencional.

Mediante un análisis semejante al realizado para las vigas continuas, tomando como incógnitas las características en los nudos del aperticado, se llega a una expresión del tipo:

$$X = X_0 \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \quad (24)$$

donde X_0 es la característica elástica que corresponde al sistema total construido en una sola etapa. Al mismo resultado se llega también si se estudia la continuidad de dos vigas construídas por separado y unidas luego en el apoyo intermedio, pues en la expresión (21 hallada anteriormente resulta $M_{m0} = 0$ quedando en la forma (24).

Si se aplican los valores del apartado 1 se tendrá:

$$X = X_0 \frac{2,5}{1 + 0,8 \cdot 2,5} = 0,83 X_0$$

es decir que para esos valores de fluencia las características llegarán al 83 % de las magnitudes elásticas, y el esfuerzo de pretensado que pasará al resto del aporcado será importante, reduciendo el propio de la viga.

Tan importante es este efecto, que en (8) se menciona el alto grado de fisuración por fluencia, retracción y acortamiento elástico en varios edificios donde se combinan entrepisos pretensados con muros rígidos. Las deformaciones están restringidas por estos muros. El cuadro de fisuración se asemeja, en apariencia, a los daños por acciones sísmicas en paredes de corte. En esta referencia (8), además de proponerse una disposición de muros óptima para disminuir aquellos efectos, se plantea una solución a este problema, mediante el pretensado del sistema de fundación. De esa forma se trata de compensar los fenómenos citados, a partir de una deformación afín de la fundación.

Ejemplos

1o.) Viga Prefabricada pretensada con Hormigonado de losa en 2a. etapa (se supone $V_0 = cte.$)

Con las características de viga y losa, solicitaciones actuantes y coeficientes adoptados, se confecciona la Tabla 1 para luego calcular la variación de solicitaciones y tensiones debidas a fluencia.

Sección Típica

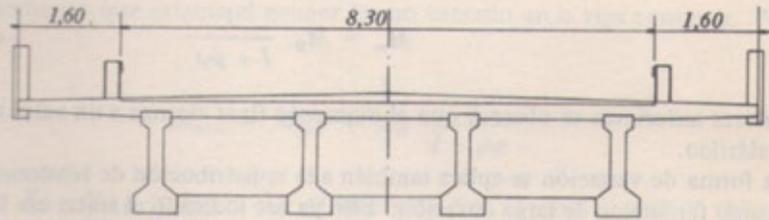


Fig. 7

Sección Transversal de Cálculo

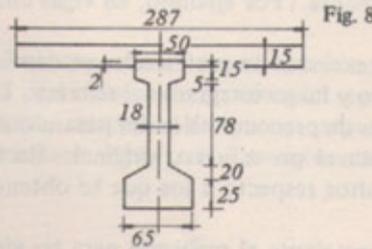


Fig. 8

Corte Longitudinal Viga

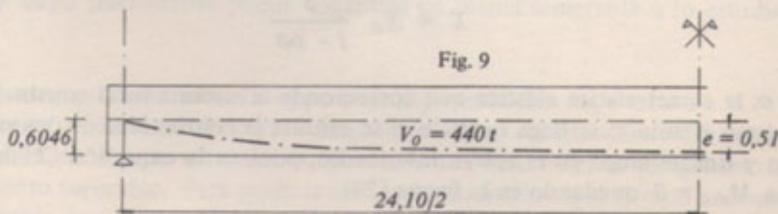


Fig. 9

TABLA 1

		Viga prefabricada (1)	Losa de tablero (2)	Sección compuesta C
Módulo de elasticidad E	kg/cm ²	360.000	300.000	—
Altura h	m	1,43	0,15	1,56
Area A	m ²	0,4779	0,4205	0,99398
Momento de inercia I	m ⁴	0,1095	0,0007636	0,32085
Módulo resistente W	superior m ³	0,1326	0,010396	0,551
	interf. m ³	0,1326	0,013515	0,7095
	inf. m ³	0,1809	0,009976	0,3282
Distancia baricéntrica	y sup. m	0,8254	0,0735	0,5822
	y inf. m	0,6046	0,0765	0,9778
Distancia entre baricentros y	m	—	—	0,882
Fuerza de pretensado V_0	t	-440	—	—
Momentos flectores	M_{V0} tm	-224,4		
	M_{gv} tm	87,4		
	M_{gt} tm	95,4		
	M_0 tm	- 41,6		
Relación de módulos $n = E_1/E_2$	nro.	—	—	1,2
Coeficiente de fluencia φ	nro.	1,5	3	
Coeficiente de relajación ρ	nro.	0,8	0,8	—
Retracción	nro.	$10 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-5}$	—
Coeficiente $\psi = \frac{\varphi_1}{1 + \rho_1 \varphi_1}$	nro.		0,6818	
Coeficiente $K = \frac{I + \varphi_2 \rho_2}{I + \varphi_1 \rho_1}$	nro.		1,5454	
Relación de áreas $a = A_1/A_2$	nro.		1,1365	
Relación de inercias $i = I_1/I_2$	nro.		143,3997	

TABLA 2

De acuerdo con los valores de la Tabla 1 se obtiene a tiempo infinito

Solicitación actuante (t=0)	N ₁ (t)	N ₂ (t)	M ₁ (tm)	M ₂ (tm)
$N_0 = -440 t$ $M_0 = -41,6 tm$	① -410,54	-29,45	-67,37	-0,204
$N_0 = -440 t$ $M_0 = 0$	② -393,79	-46,21	-40,61	-0,153
$N = 0$ $M_0 = -41,6$	③ - 16,76	16,76	-26,76	-0,051

Si se aplican los valores iniciales de las solicitaciones y sus variaciones a través del tiempo se obtienen los siguientes cuadros de tensiones normales.

TABLA 3

Solicitación actuante	①	$\frac{\sigma_{11}}{kg/cm^2}$	$\frac{\sigma_{1s}}{kg/cm^2}$	$\frac{\sigma_{2int}}{kg/cm^2}$	$\frac{\sigma_{2s}}{kg/cm^2}$
$N_0 = -440 t$ $t = 0 \quad -M_{v0} + M_{sv} = -137 tm$		- 92,1	- 92,1	0	0
		- 75,8	103,3	0	0
		-167,9	11,2		
$t = 0 \quad M_{s1} = 95,4 tm$ $t = 0$		52,7	- 71,9		
		-115,2	- 60,7		
$\Delta t \quad \Delta N_2 = -29,45 ton$ $\Delta M_2 = -0,204 ton$				-7,00	-7,00
				-1,51	1,96
				-8,51	-5,04
$\Delta N_1 = 29,45 ton$ $\Delta M_1 = -25,77 ton$ Δt		6,16	6,16		
		- 14,24	19,43		
		- 8,08	25,59	-8,51	-5,04
$t = \infty$	$t = \infty$	-123,03	- 35,1	-8,5	-5,0

TABLA 4

Solicitud actuante		②	σ_{11} kg/cm ²	σ_{1s} kg/cm ²	σ_{2int} kg/cm ²	σ_{2s} kg/cm ²
$t = 0$	$N_0 = -440 t$		- 92,1	-92,1	—	—
Δt	$\Delta N_2 = -46,21 t$				-10,99	-10,99
	$\Delta M_2 = -0,153 tm$				<u>- 1,13</u>	<u>1,47</u>
					-12,12	- 9,52
	$\Delta N_1 = 46,21 t$		9,67	9,67		
	$\Delta M_1 = -40,61 tm$		<u>- 22,45</u>	<u>30,63</u>		
			- 12,78	40,3		
	Δt		- 12,8	40,3	-12,1	- 9,5
	$t = \infty$		-104,9	-51,8	-12,1	- 9,5

TABLA 5

Solicitud actuante		③	σ_{11} kg/cm ²	σ_s kg/cm ²	σ_{2int} kg/cm ²	σ_{2s} kg/cm ²
$t = 0$	$M_0 = -41,6 tm$		-23,0	31,4	—	—
Δt	$\Delta N_2 = 16,76$				3,99	3,99
	$\Delta M_2 = -0,051$				<u>-0,38</u>	<u>0,49</u>
					3,61	4,48
	$\Delta N_1 = -16,76$		- 3,51	- 3,51		
	$\Delta M_1 = -14,84$		<u>8,18</u>	<u>-11,19</u>		
			4,67	-14,70		
	Δt		4,7	-14,7	3,6	4,5
	$t = \infty$		-18,3	16,7	3,6	4,5

Para el ejemplo que se está analizando las fuerzas que se van desarrollando en la interfase son algo menores que las que van pasando a la losa, por cuanto ésta se introduce en la cabeza de la viga 2 cm.

A fin de sacar conclusiones, se hallará el estado tensional suponiendo aplicar el esfuerzo de pretensado en la sección compuesta.

TABLA 6

	σ_{iv} kg/cm ²	σ_{gv} kg/cm ²	σ_{int} kg/cm ²	σ_{sL} kg/cm ²
$N_0 = -440 t$	- 53,12	-53,12	-44,27	-44,27
$M_{v0} = -440 t \cdot 0,8832 m$	42,09	65,73	54,77	70,53
	<u>-195,21</u>	<u>12,61</u>	<u>10,5</u>	<u>26,26</u>
$M_{gv} = 87,4 tm$	31,96	-14,78	-12,32	15,86
	<u>-163,25</u>	<u>- 2,17</u>	<u>- 1,82</u>	<u>10,4</u>
$M_{gt} = 95,4 tm$	34,88	-16,14	-13,45	-17,31
	<u>-128,37</u>	<u>-18,31</u>	<u>-15,27</u>	<u>- 6,91</u>

Fuerzas de Resbalamiento

Las fuerzas de resbalamiento que se van produciendo en la interfase son:

a) para el caso de aplicar las solicitaciones a la viga y hormigonar la losa en la 2a. etapa:

$$H_T = \frac{\sigma_{2s} + \sigma_{2int}}{2} h'_2 b_2 = \frac{-85 + 50}{2} t/m^2 \cdot 0,13 m \cdot 2,87 m$$

$$= -25,2 ton$$

que podemos suponerla como suma de las solicitaciones actuantes en la viga.

Solicitación actuante 2:

$$H_T = -(121 + 95) t/m^2 \cdot 0,13 m \cdot 2,87 m = -40,3 ton$$

Solicitación actuante 3:

$$H_T = (36 + 45) t/m^2 \cdot 0,13 m \cdot 2,87 m = 15,1 ton$$

b) para el caso de aplicar las solicitaciones a la sección compuesta. En este caso la fuerza de resbalamiento H se produce solamente por las variaciones de momentos entre tramo y apoyo.

$$\Delta M = -41,6 tm \quad \sigma_{2i} = 5,86 kg/cm^2 \quad \sigma_{2s} = 7,55 kg/cm^2$$

por lo tanto:

$$H = \frac{75,5 + 58,6}{2} t/m^2 \cdot 0,13 m \cdot 2,87 m \cong 25 ton$$

que también podría hallarse calculando los esfuerzos de corte.

Contracción de Fragüe

Como habíamos visto, la retracción es un fenómeno independiente de las solicitaciones pero crea un estado tensional. De acuerdo a las expresiones vistas, el estado tensional que origina esta coacción resulta:

$$\Delta\epsilon = (20 \cdot 10^{-5} - 10 \cdot 10^{-5}) = 10 \cdot 10^{-5}$$

$$P = \Delta\epsilon \Delta_2 E_2 = 10 \cdot 10^{-5} \cdot 0,4205 \text{ m}^2 \cdot 3.000.000 \text{ t/m}^2 = 126,15 \text{ t}$$

$$M = Py = 126,15 \text{ t} \cdot 0,5087 \text{ m} = 64,17 \text{ tm}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \rho_2 \varphi_2} = 0,294$$

Las tensiones que se van produciendo se ven en la siguiente tabla.

	σ_{11} kg/cm ²	σ_{1s} kg/cm ²	σ_{2nt} kg/cm ²	σ_{2mp} kg/cm ²
$P = 126,15 \text{ t}$			8,82	8,82
$M = 64,17 \text{ tm}$	-4,48	-4,48	-3,73	-3,73
	6,90	-3,19	-2,66	-3,43
	<u>2,42</u>	<u>-7,67</u>	<u>2,43</u>	<u>1,66</u>

por lo tanto:

$$H = \frac{24,3 + 16,6}{2} \text{ t/m}^2 \cdot 0,13 \text{ m} \cdot 2,87 \text{ m} = 7,63 \text{ t}$$

2o.) Viga Placa con Par actuante antes del endurecimiento de la losa

Se analizan brevemente dos ejemplos sencillos, desarrollados en (3) y (5) a fin de comparar los resultados con las expresiones del presente trabajo.

a) Ejemplo desarrollado en Rüsç y Jungwirth (3) aplicando el método de Busemann de las fibras conjugadas.

Se requiere saber cuál es la fuerza que pasa por fluencia a la losa luego de aplicar un par $M = 1 \text{ tm}$ a la viga. Entre paréntesis se indican los valores hallados según el presente trabajo.

$$\varphi_2 = 3 \quad ; \quad \varphi_1 = 1,5$$

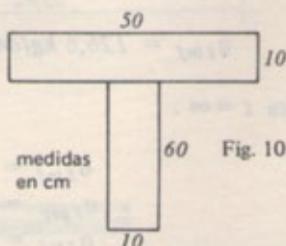
$$E_2 = 300.000 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad E_1 = 390.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho_2 = 0,8 \quad ; \quad \rho_1 = 0,8$$

$$N_1 = -N_2 = -1056 \text{ kg}$$

$$M_2 = 355,7 \text{ kg.cm}$$

$$M_1 = 62689 \text{ kg.cm}$$



Para $t = 0$:

$$\sigma_{1\text{inf}} = 16,67 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \sigma_{1\text{sup}} = -16,67 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \sigma_2 = 0$$

Para $t = \infty$:

$$\begin{aligned} \sigma_{1\text{inf}} &= 12,2 \text{ kg/cm}^2 && (12,2 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_{1\text{sup}} &= -8,9 \text{ kg/cm}^2 && (-8,7 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_{2\text{inf}} &= -1,85 \text{ kg/cm}^2 && (-1,69 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_{2\text{sup}} &= -2,28 \text{ kg/cm}^2 && (-2,54 \text{ kg/cm}^2) \end{aligned}$$

La fuerza que pasa por la interfase según (3) hacia la losa es:

$$H = -1020 \text{ kg} \quad (-1056 \text{ kg})$$

Si el par hubiera actuado sobre la sección compuesta tendríamos:

$$\begin{aligned} \sigma_{1\text{inf}} &= 7,14 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{1\text{sup}} &= -3,21 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{2\text{inf}} &= -2,67 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{2\text{sup}} &= -4,31 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

y la fuerza de resbalamiento sería $H = -1745 \text{ kg}$.

b) Ejemplo desarrollado en J. Johansson (5) .

Se quiere saber cuál es la fuerza que pasa por fluencia a la losa luego de aplicar un par de $M = 211 \text{ tm}$. Entre paréntesis se indican los valores hallados según el presente trabajo.

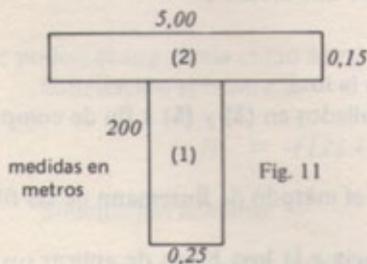


Fig. 11

$$\varphi_2 = 3 \quad ; \quad \varphi_1 = 2$$

$$E_2 = 240.000 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad E_1 = 300.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$(\rho_2 = 0,8) \quad ; \quad (\rho_1 = 0,8)$$

$$(N_1 = -N_2 = -93,87 \text{ t})$$

$$(M_1 = 109,71 \text{ tm})$$

$$(M_2 = 0,31 \text{ tm})$$

Para $t = 0$:

$$\sigma_{1\text{inf}} = 126,6 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \sigma_{1\text{sup}} = -126,6 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad \sigma_2 = 0$$

Para $t = \infty$:

$$\begin{aligned} \sigma_{1\text{inf}} &= 87,2 \text{ kg/cm}^2 && (84,5 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_{1\text{sup}} &= -47,8 \text{ kg/cm}^2 && (-46,9 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_{2\text{inf}} &= -13,1 \text{ kg/cm}^2 && (-10,9 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_{2\text{sup}} &= -13,1 \text{ kg/cm}^2 && (-14,2 \text{ kg/cm}^2) \end{aligned}$$

CONSTRUCCION EN ETAPAS DE ESTRUCTURAS PRETENSADAS

En (5) se desprecia la rigidez a flexión de la placa, lo que resulta correcto según vemos, pues $M_2 = 0,31 tm$.

La fuerza que pasa por la interfase hacia la losa es $H = -98,25 t (-94,13 ton)$. Si el par hubiera actuado sobre la sección compuesta tendríamos:

$$\begin{aligned}\sigma_{1inf} &= 69,2 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{1sup} &= -18,1 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{2inf} &= -14,5 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{2sup} &= -19,7 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

y la fuerza de resbalamiento sería $H = -128,3 ton$.

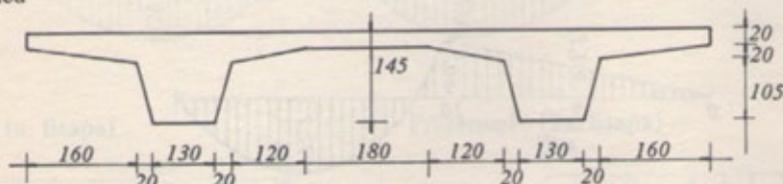
Puede observarse que la concordancia de resultados en los dos ejemplos es más que aceptable. La fuerza de resbalamiento que se introduce en la losa a través del tiempo es significativa, es necesario tenerla en cuenta para verificar las tensiones en la placa y en la viga, así como fundamentalmente para dimensionar la armadura en la interfase.

Vemos también que los porcentajes de fuerza que pasan por la interfase son distintos. En el primer ejemplo es del orden del 60% de las solicitaciones en la sección compuesta y en el segundo ejemplo es del 75%. Estas diferencias se deben al hecho de que la relación entre coeficientes de fluencia es distinta, siendo menor en el segundo ejemplo. La fuerza en la interfase crece a medida que las calidades de ambos hormigones son semejantes.

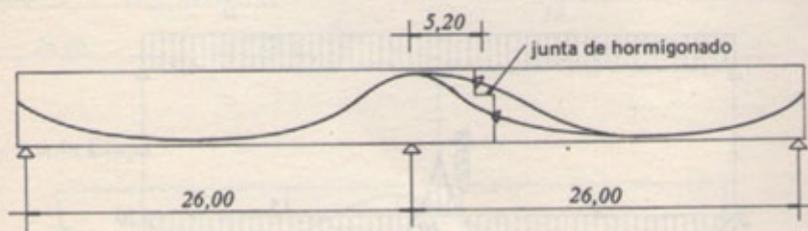
3o.) Viga Continua pretensada construída por etapas (se supone $V_0 = cte.$)

Con las características del tablero, solicitaciones actuantes y coeficientes adoptados se calcula la variación de solicitaciones y tensiones debidas a fluencia.

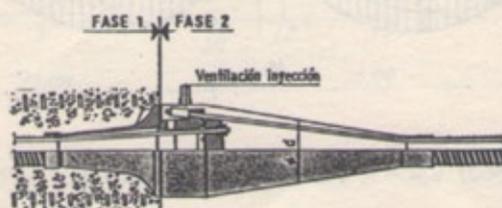
Sección Típica



Corte Longitudinal



Detalle Acoplador



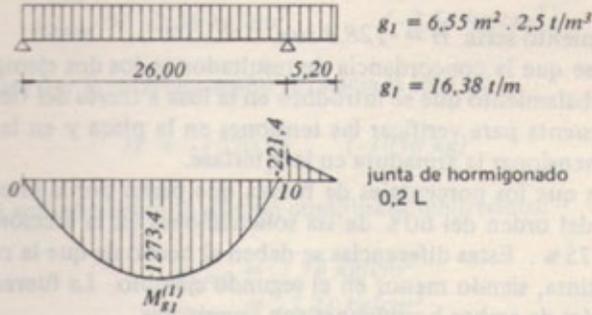
Características mecánicas de la sección transversal

$$H = 1,45 \text{ m} ; A = 6,55 \text{ m}^2 ; J = 1,207 \text{ m}^4$$

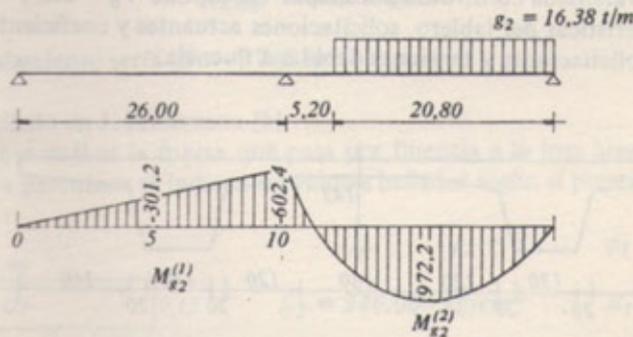
$$Y_s = 0,5207 ; Y_i = 0,9293 ; \omega_s = 2,3182 ; \omega_i = 1,2988$$

$$\varphi = 2,5 ; \rho = 0,8 ; \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} = 0,83$$

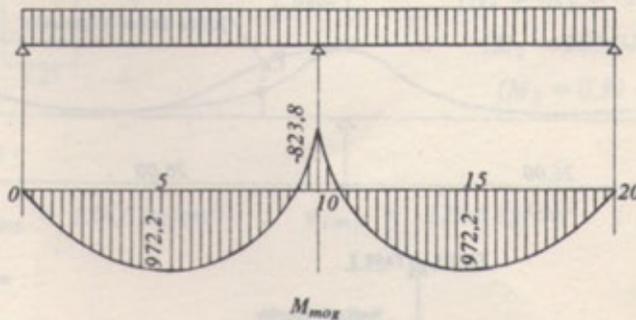
Momentos flectores debidos a peso propio - 1a. Etapa



Momentos flectores debidos a peso propio - 2a. Etapa

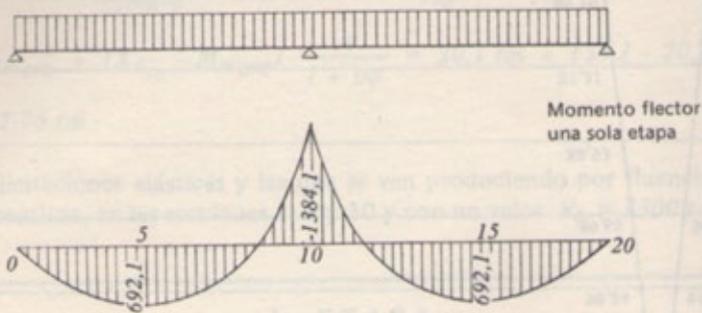


Momentos flectores debidos a peso propio - 1a. Etapa más 2a. Etapa

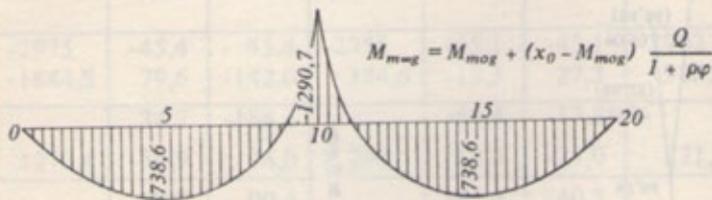


CONSTRUCCION EN ETAPAS DE ESTRUCTURAS PRETENSADAS

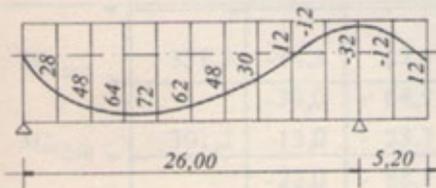
Momentos flectores debidos a peso propio - 1 sola Etapa



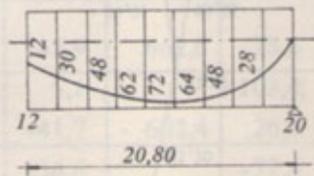
Momentos flectores debidos a peso propio - Valores a tiempo infinito



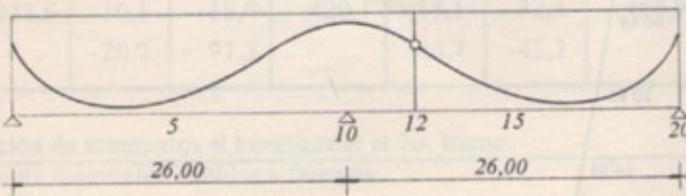
Pretensado (1a. Etapa)



Pretensado (2a. Etapa)

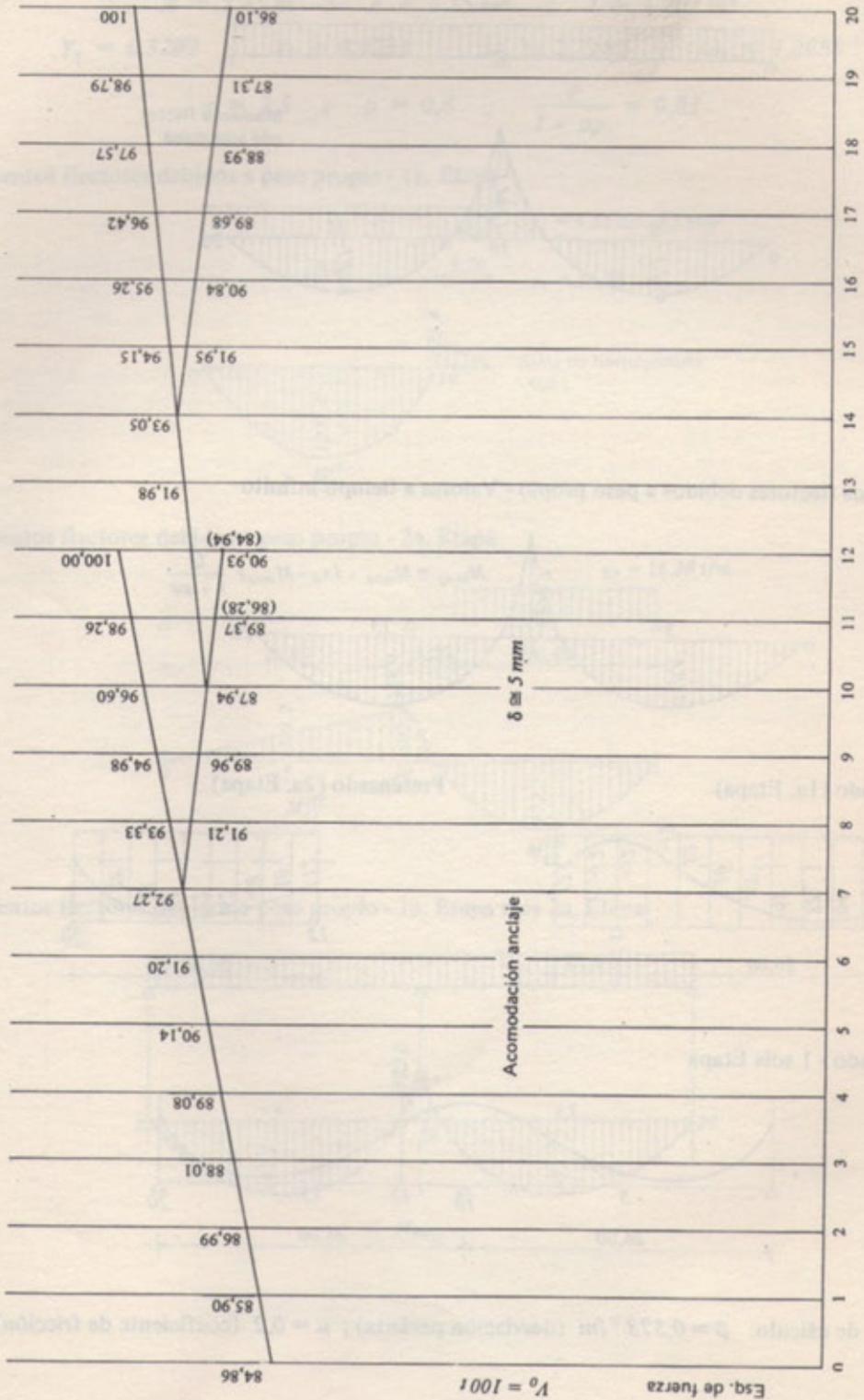


Pretensado - 1 sola Etapa



Valores de cálculo: $\beta = 0,573^\circ/m$ (desviación parásita); $\mu = 0,2$ (coeficiente de fricción)

Esquema de Fuerzas de tesado a lo largo del puente ($V_0 = 100 t$)
(se incluye efecto de acomodación de anclajes)



CONSTRUCCION EN ETAPAS DE ESTRUCTURAS PRETENSADAS

Para el caso de una fuerza de tesado de $V_0 = 100 t$ los momentos hiperestáticos de pretensado resultan:

$$M_{m_{0v_0}} = 20,1 \text{ tm} \quad ; \quad X_{0v_0} = 34,1 \text{ tm}$$

$$M_{m_{\infty v_0}} = M_{m_{0v_0}} + (X_{0v_0} - M_{m_{0v_0}}) \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} = 20,1 \text{ tm} + (34,1 - 20,1) \text{ tm} \cdot 0,833 = 31,76 \text{ tm}$$

Con las solicitaciones elásticas y las que se ven produciendo por fluencia, se verifican las tensiones. Estas resultan, en las secciones 5, 9 y 10 y con un valor $V_0 = 3300 t$:

1a. ETAPA									
SECCION 5				SECCION 9			SECCION 10		
		σ_s kg/cm ²	σ_l kg/cm ²		σ_s kg/cm ²	σ_l kg/cm ²		σ_s kg/cm ²	σ_l kg/cm ²
$V_0(t)$	-2975	-45,4	- 45,4	-2955	-45,1	-45,1	-2902	-44,3	-44,3
$M_{v_0}(tm)$	-1844,5	79,6	-142,0	354,6	-15,3	27,3	928,6	-40,1	71,5
		34,2	-188,4		-60,4	-17,8		-84,4	27,2
$M_{g_0}(tm)$	1273,4	-54,9	98,0	- 299	12,9	-23,0	- 221,5	9,6	-17,1
		-20,7	- 90,4		-47,5	-40,8		-74,8	10,1
2a. ETAPA									
$M'_{m_{0v_0}}$	331,3	-14,3	25,5	596,4	-25,7	45,9	662,6	-28,6	51,0
		-35,0	- 64,9		-73,2	5,1		-103,4	61,1
$M'_{m_{0g_0}}$	- 301,2	13,0	- 23,2	- 542,1	23,4	-41,7	- 602,4	26,0	-46,4
		-22,0	- 88,1		-49,8	-36,6		-77,4	14,7
M_{v_0}	192,7	- 8,3	14,8	346,9	-15,0	26,7	385,5	-16,6	29,7
		-30,3	- 73,3		-64,8	- 9,9		-94,0	44,4
M_g	- 233,6	10,1	- 18,0	- 420,1	18,1	-32,3	- 466,9	20,1	-35,9
		-20,2	- 91,3		-46,7	-42,2		-73,9	8,5

M'_{m_0} es la variación de momentos al hormigonar el 2o. tramo.

M es la variación de momentos debidos a fluencia.

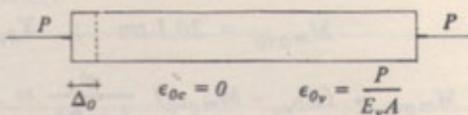
4o.) Pórtico con Dintel precomprimido

Se supone, por simplicidad, que la viga se precomprime con un esfuerzo centrado, y luego se la articula a las columnas.

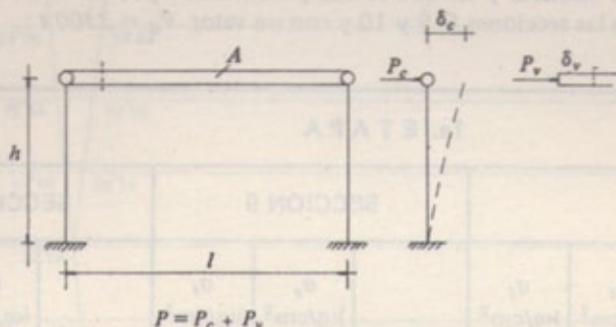
a) Pretensado de la viga sola, tiempo t_0

$$\epsilon_{0v} = \frac{P}{E_v A}$$

$$\epsilon_{0c} = 0$$



b) Viga integrada al sistema, tiempo t



$$\left. \begin{aligned} \delta_c &= \frac{P_c h^3}{3E_c I} (1 + \rho\varphi) \\ \delta_v &= \frac{P_l}{E_v A} \varphi + \frac{(P_v - P)}{E_v A} l (1 + \rho\varphi) \end{aligned} \right\} \delta_c = \delta_v$$

y resulta:

$$P_c = \frac{l}{[(1 + Ah^3)/3Il]} \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} P \quad (\text{suponiendo } E_c = E_v)$$

$$P_v = P - P_c = \left[1 - \frac{l}{1 + (Ah^3/3Il)} \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \right] P$$

Si las columnas son muy rígidas $l \rightarrow \infty$ y:

$$\frac{Ah^3}{3Il} \rightarrow 0 \quad \therefore \quad P_v = \left[1 - \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \right] P$$

que para los valores anteriores de $\varphi = 2,5$ y $\rho = 0,8$ resulta:

$$P_v = \frac{1}{6} P$$

El resto pasó a las columnas.

COMENTARIOS

De acuerdo a los resultados obtenidos en los ejemplos desarrollados puede observarse:

Ejemplo 1

Las tensiones normales extremas (superior losa e inferior viga) no difieren significativamente en el caso de realizar el tesado sobre la sección compuesta y el de aplicarlo sobre la viga y luego hormigonar la losa, al desarrollarse el fenómeno de fluencia. No ocurre lo mismo con las tensiones en la interfase (inferior losa y superior viga), debido a la aparición de una fuerza de resbalamiento, que no puede despreciarse para el dimensionamiento de los conectores de corte en dicha unión; fuerza generalmente no tomada en su verdadera magnitud.

Ejemplo 2

Las expresiones desarrolladas en el presente trabajo dan resultados muy coincidentes comparados con otras similares.

Ejemplo 3

Para el caso particular de dos tramos iguales y cargas uniformes e iguales en ambos tramos, la sección ubicada a $x = 0,426L$ del apoyo central no produce redistribución de esfuerzos, pero como actúa el pretensado simultáneamente, que no es carga uniforme, dicha sección no es la indicada. Además, y dado que las solicitaciones que se van produciendo por fluencia no difieren significativamente de los esfuerzos que se originan en las estructuras construídas en una sola etapa, dicha sección de corte debe ubicarse en una zona constructivamente favorable. Esta zona es aquélla donde los cables de pretensado no están agrupados, y suele encontrarse entre $0,2L$ y $0,25L$ que es donde el grupo de cables puede abrirse lográndose una buena distribución de los anclajes "acopladores".

Ejemplo 4

Es fundamental respetar uno de los principios básicos de las estructuras pretensadas y es aquél que dice que toda estructura pretensada debe poder acortarse libremente, pues pueden obtenerse resultados poco satisfactorios si se permite el acortamiento elástico y se dificulta el acortamiento plástico.

BIBLIOGRAFIA

- (1) H. TROST - Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech-und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. Beton und Stahlbetonbau No. 10 y 11 / 1967.
- (2) A. V. da Costa e Silva, F.C.U. Cavalcanti y V.F. Moura: Redistribuição de tensoes devido a fluencia apos aumento de secao. Estrutura No. 83 - 1978.
- (3) H. Rüsçh, D. Jungwirth: Hormigón Armado y Hormigón Pretensado - Tomo 2 - Consideraciones de la Fluencia y Retracción plástica y de la Retracción de fraguado sobre el comportamiento de las estructuras sometidas a esfuerzos. CECSA - 1a. Edición, 1982.
- (4) F. Leonhardt - Vorlesungen uber Massivbau - 5er. Teil - Springer-Verlag, 1980.
- (5) J. Johansson - Diseño y cálculo de estructuras pretensadas, Marcombo S.A., 1975.
- (6) H. W. Birkeland - Differential Shrinkage in composite beams, Journal of the ACI V. 31, No. 11, mayo 1960.
- (7) FIP - Shear at the interface of precast and in situ concrete. Enero 1982.
- (8) J.R. Libby - Design concepts for prestressed concrete buildings with rigid walls. Concrete

International, Vol. 3, No. 7, Julio 1981.

- (9) G. Franz - Tratado de hormigón armado, Tomo 1, Gustavo Gili S.A. (Barcelona), 1970.
- (10) Instituto E. Torroja (Madrid) - Monografías No. 363, 1980. Estudio analítico en el tiempo de estructuras de hormigón armado y pretensado por retracción y fluencia.
- (11) F. Leonhardt - Hormigón Pretensado, Proyecto y construcción, Instituto E. Torroja (Madrid), 1967.